

電気工学通論II (7)

坂井 修一

東京大学大学院 情報理工学系研究科 電子情報学専攻
東京大学 工学部 電子情報工学科

- ・ 講義の概要と予定
- ・ 一般的な順序回路

はじめに

■ 本講義の目的

- デジタル回路とコンピュータアーキテクチャの基礎を学習する

■ 時間・場所

- 火曜日 8:30 – 10:15、工学部2号館213

■ ホームページ（ダウンロード可能）

- url: <http://www.mtl.t.u-tokyo.ac.jp/~sakai/tsuron2/>

■ 教科書

- 坂井修一 『論理回路入門』（培風館）
- 坂井修一 『コンピュータアーキテクチャ』（コロナ社）

講義の概要と予定 (1 / 2)

1. デジタル回路入門

デジタルとアナログ、2進数、補数表現、四則演算

2. 論理演算

論理演算とは、3つの基本論理演算、NORとNAND、完備性、デジタル回路の表現、ブール代数、標準形

3. 組み合わせ回路の構成法

真理値表と組合せ回路、組合せ回路の簡単化

4. 組合せ回路の実例

加算器、補数、減算器、ALU、デコーダ、セレクトタなど

5. フリップフロップ

FF、SRラッチ、Dラッチ、非同期と同期、SR-FF、D-FF、マスタスレーブ形とエッジトリガ形、JK-FF、レジスタ

6. 基本的な順序回路

7. 一般的な順序回路の作り方

講義の概要と予定 (2/2)

8. コンピュータアーキテクチャ入門

計算のサイクル、主記憶装置、メモリの構成と分類、レジスタファイル、命令、命令実行の仕組み、実行サイクル、算術論理演算命令、シーケンサ、条件分岐命令

9. 命令セットアーキテクチャ

操作とオペランド、命令の表現形式、アセンブリ言語、命令セット、算術論理演算命令、データ移動命令、分岐命令、アドレッシング、サブルーチン、RISCとCISC

10. パイプライン

11. キャッシュと仮想記憶

12. 入出力と周辺装置

周辺装置、ディスプレイ、二次記憶装置、ハードウェアインタフェース、割り込みとポーリング、アービタ、DMA、例外処理

試験: 1月14日 8:30~10:00

成績: 出席(小テスト)+試験 4年生: 追試・レポート無し

7. 一般的な順序回路

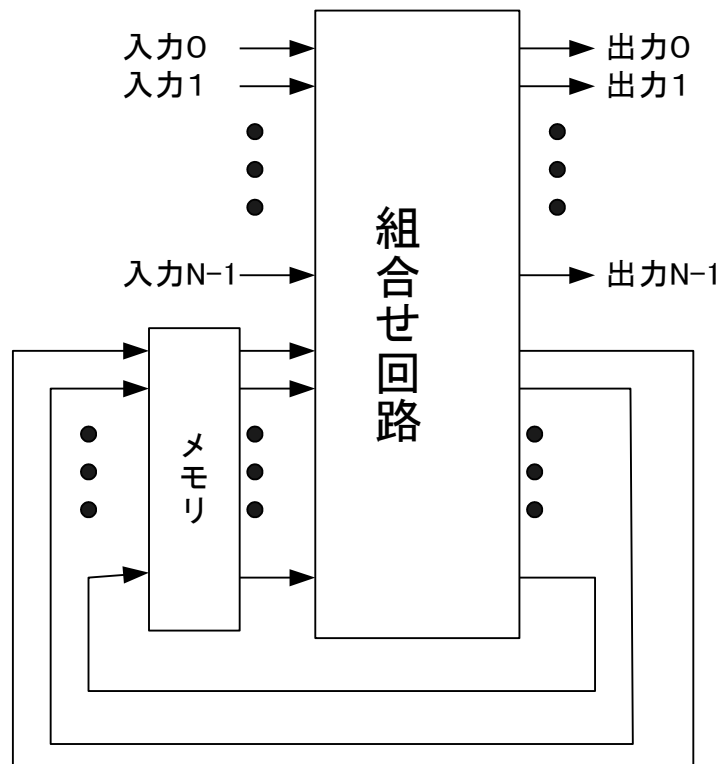
■ 非同期型順序回路と同期型順序回路

	非同期型	同期型
フリップフロップ	ラッチ	(同期式)FF
カウンタ	非同期カウンタ	同期カウンタ
一般の順序回路	非同期型順序回路	同期型順序回路
問題点	ハザード	動作速度が最も遅い回路で決まる

以下では同期型順序回路を扱う。非同期型も同じように構成可能であるが、ハザードの問題がある

順序回路で何が作れるか？

- 有限状態機械（有限オートマトン）
 - (状態、入力) → (次の状態、出力)
 - “→” を “遷移” という



有限オートマトン

■ 論理的に動作する機械のモデル

- 同時にとる状態は1つ

- (今の状態、入力)に対して(次の状態、出力)は**唯一**

- グラフで表現される(次ページ)

- 詳しくは オートマトンと言語理論

■ 用途

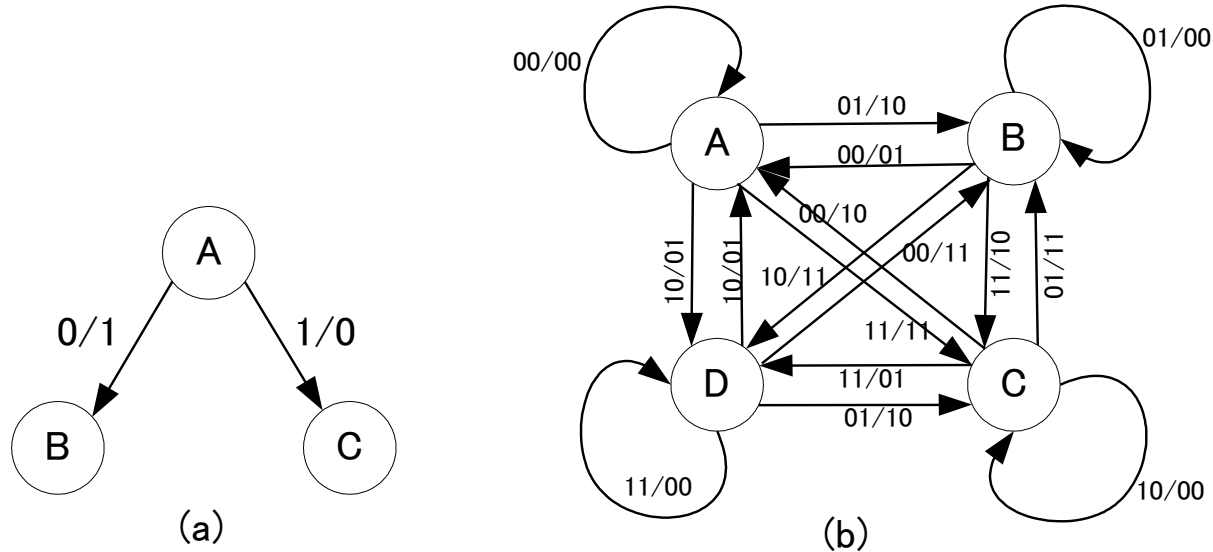
- デジタル回路

- 形式言語の文法定義

- 通信プロトコルの定義

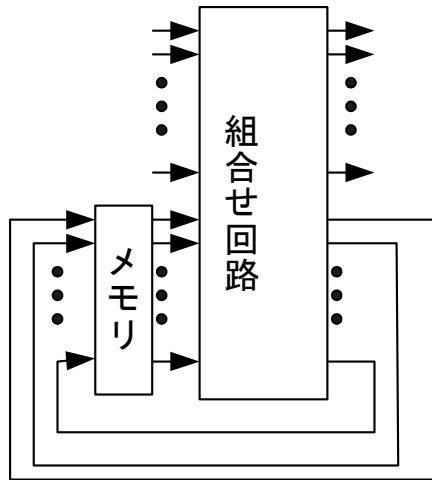
など

7.1 ミーリーグラフ： 順序回路の動作モデル

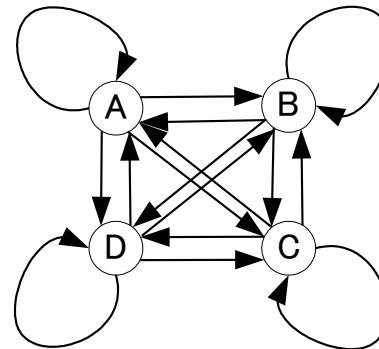


- 丸印は状態を、矢印は状態の遷移を表す
- 矢印の横の／で区切られた数字は、入力／出力の関係を表す
- 状態Aから状態Bに矢印が出ていて、ここに $(In, \dots I1, I0) / (Om, \dots O1, O0)$ が書き込まれているとき、状態Aにあった順序回路が、与えられた入力群 $(In, \dots I1, I0)$ に対して、出力群 $(Om, \dots O1, O0)$ を出して状態Bに遷移することを表す

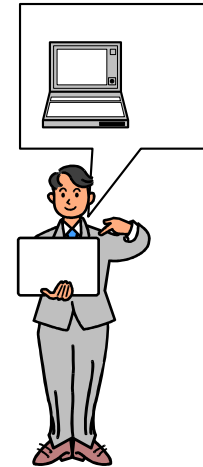
7.2 順序回路の解析と設計



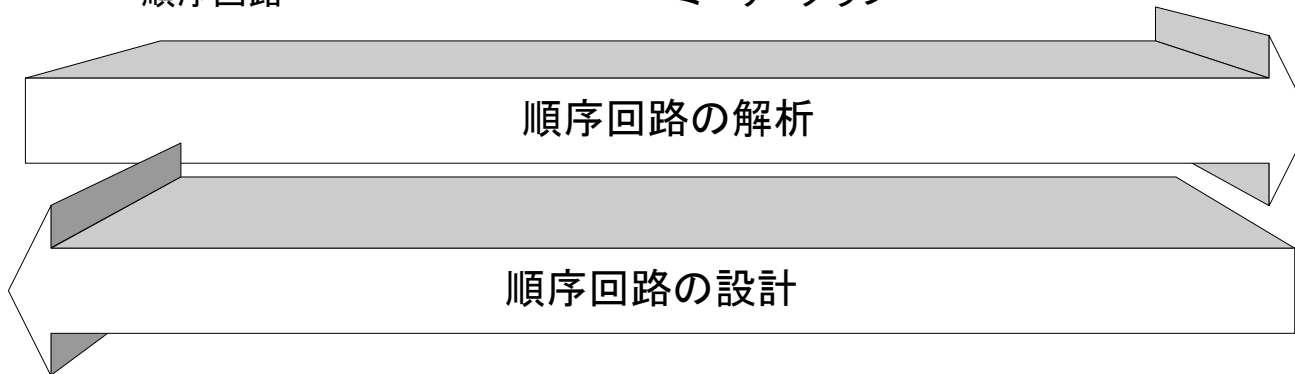
順序回路



ミーリーグラフ



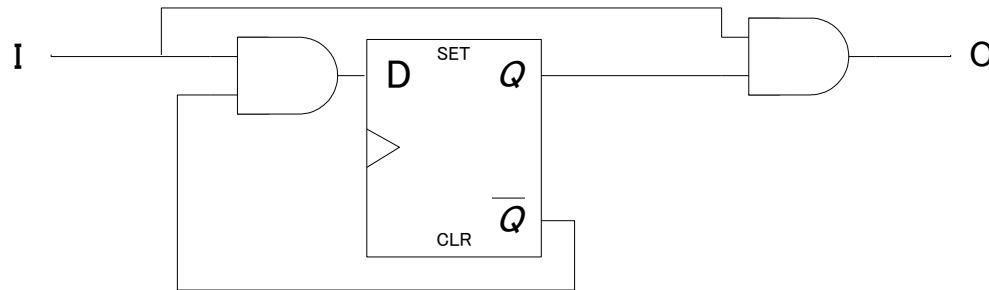
仕様



7.3 順序回路の解析法

1. 与えられた順序回路の中で、状態を表すフリップフロップに注目する。これが n 個あれば、状態の数は、最大で 2^n である。全部のフリップフロップが一つのレジスタをなしていると考え（これを状態レジスタと呼ぶ）、中身の値を、 S とする
2. 入力と状態 S に対して、出力と次の状態がどうなるかを、調べて表にする。これを状態遷移表 (State Transition Table) と呼ぶ
3. 状態遷移表から、ミーリーグラフを作る。これは、各状態をノード（丸印）として表現し直し、状態遷移をノード間の \rightarrow として表現し直せばよい
4. この順序回路の意味を検討・理解する

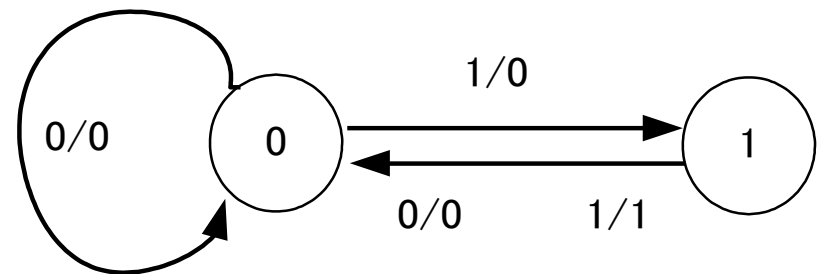
順序回路の解析(例)



もとの順序回路

状態遷移表

S	I	nextS	O
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	0	1



ミーリーグラフ



入力が2クロックの間1になったとき、後半の1クロックの間1を出力する回路

7.4 順序回路の設計法

1. 状態遷移図(ミーリーグラフ)を書く
2. 状態遷移図を単純化する(状態数を減らす)
3. 状態の2進表現を決める
4. 状態遷移表を書く
5. 組合せ回路を設計する

状態が決まれば、カルノー図などを使った
組合せ回路の設計となる

7.5 順序回路の例：信号機(1)

■ 状態S

- 0: N-Sが緑、E-Wが赤
- 1: N-Sが赤、E-Wが緑

■ 入力(NS, EW)

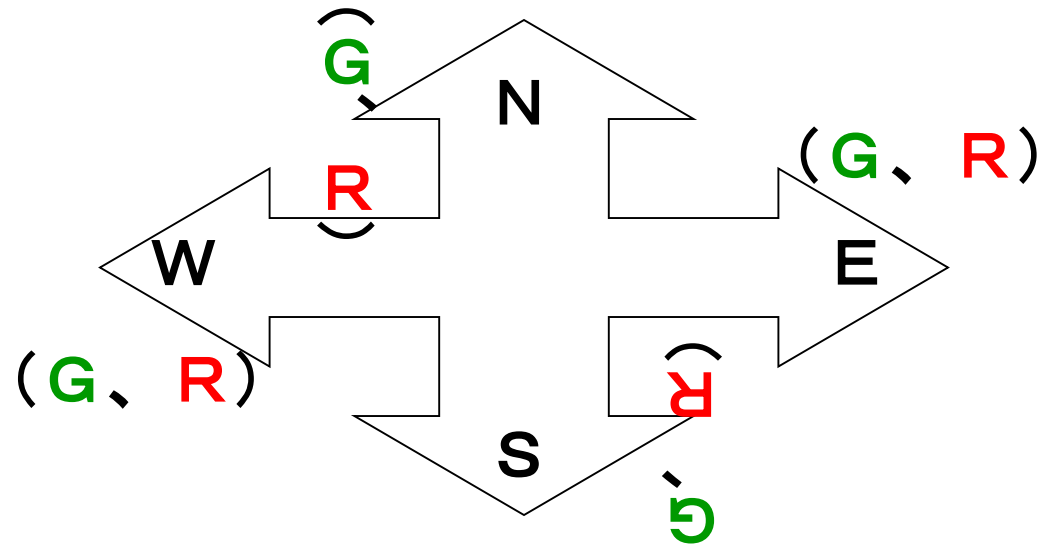
- NS: 南北方向に車が来ているときに1, 来ていないときに0
- EW: 東西方向に車が来ているときに1, 来ていないときに0

■ 出力(ns, ew)

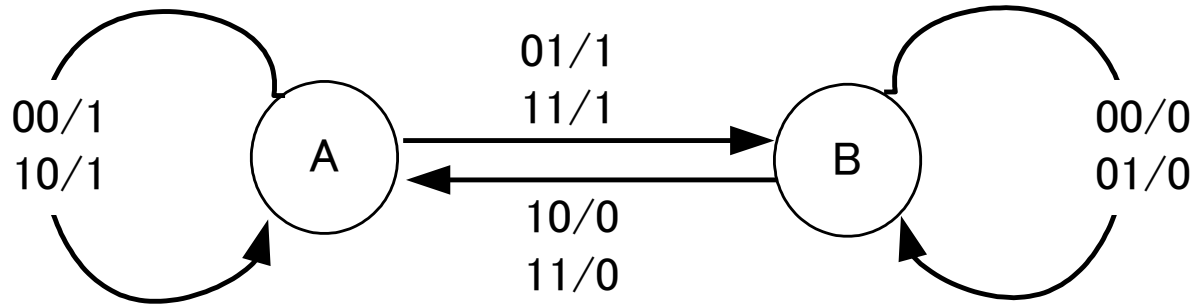
- ns: 南北方向が緑のとき1, 他は0
- ew: 東西方向が緑のとき1, 他は0

■ ルール

- 今「赤」の方に車が来たら、「赤」「緑」が反転する



ミーリーグラフと状態遷移表



状態遷移表

S	E	N	nextS	O
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

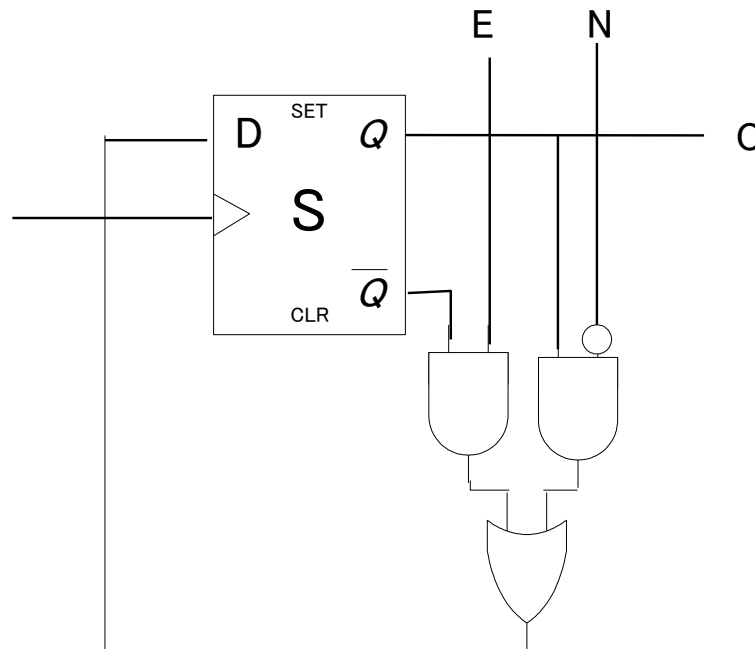
組み合わせ回路の論理式～順序回路

論理関数：

$$\text{nextS} = S \cdot E + S \cdot N$$

$$O = S$$

順序回路：



7.6 状態数の最小化

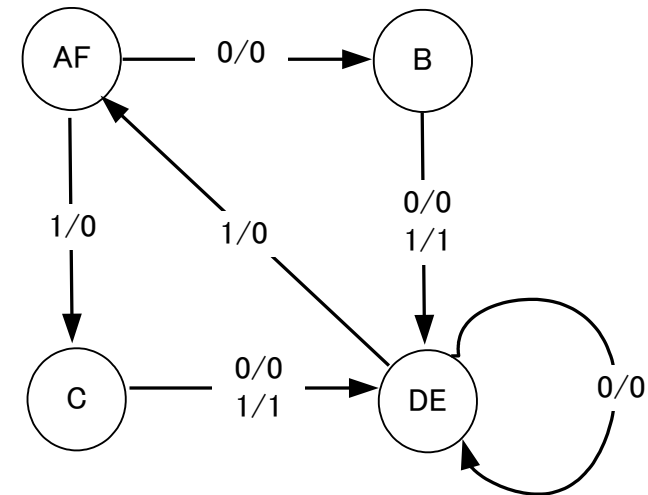
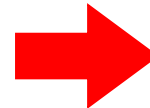
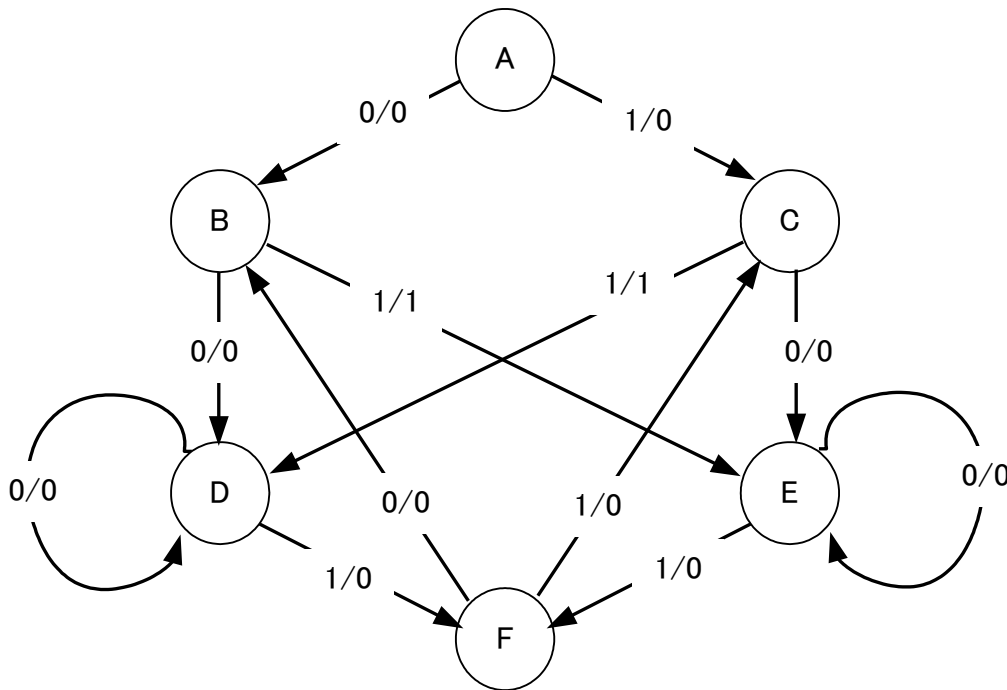
状態の統合

「すべての入力値に対して、同じ出力値と同じ次状態を生成する」状態どうしは統合可能である

状態統合の手順

- 1) 与えられたミーリーグラフにおいて、「すべての入力値に対して、同じ出力値と同じ状態を生成する」状態どうしを統合する
- 2) (1)の結果できた新しい状態を遷移先とする状態どうしが統合可能かどうか調べ、可能であれば統合する
- 3) 統合できる状態がなくなるまで(2)を繰り返す

状態の統合(例)



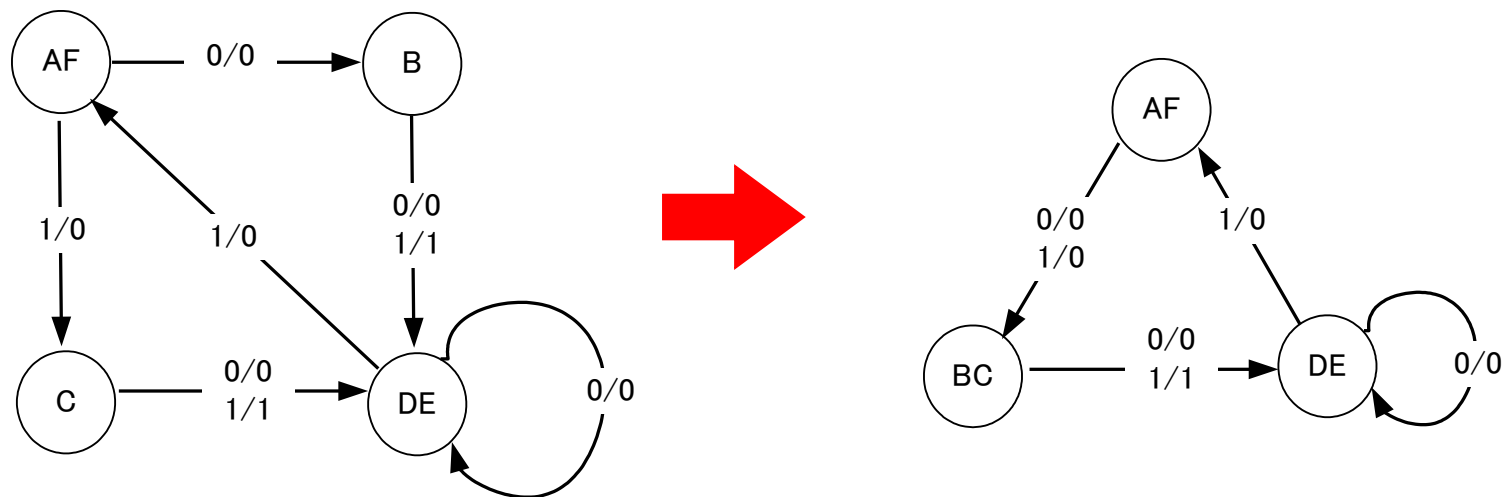
■ 状態Dと状態E

- 入力0に対して0を出力し、状態を維持
- 入力1に対して0を出力し、状態Fに遷移
- ⇒ 統合可能

■ 状態Aと状態F

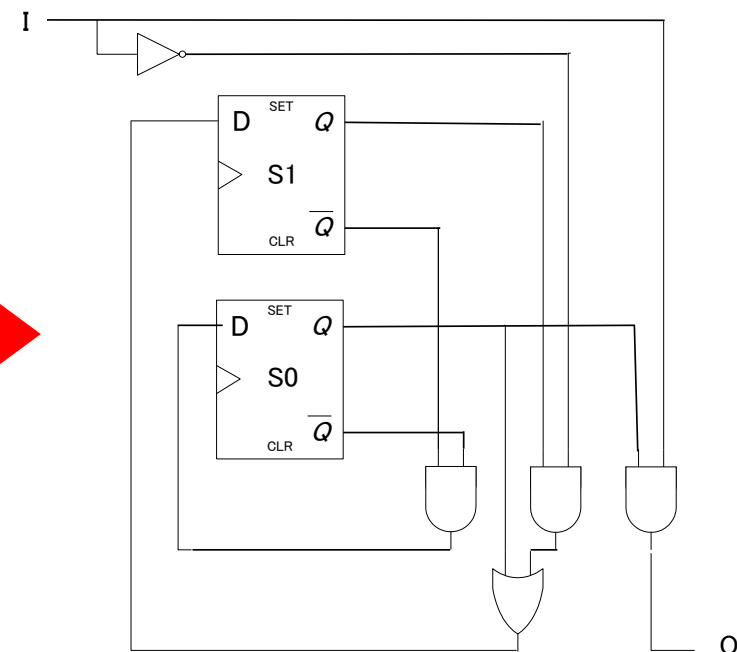
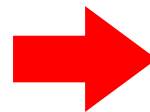
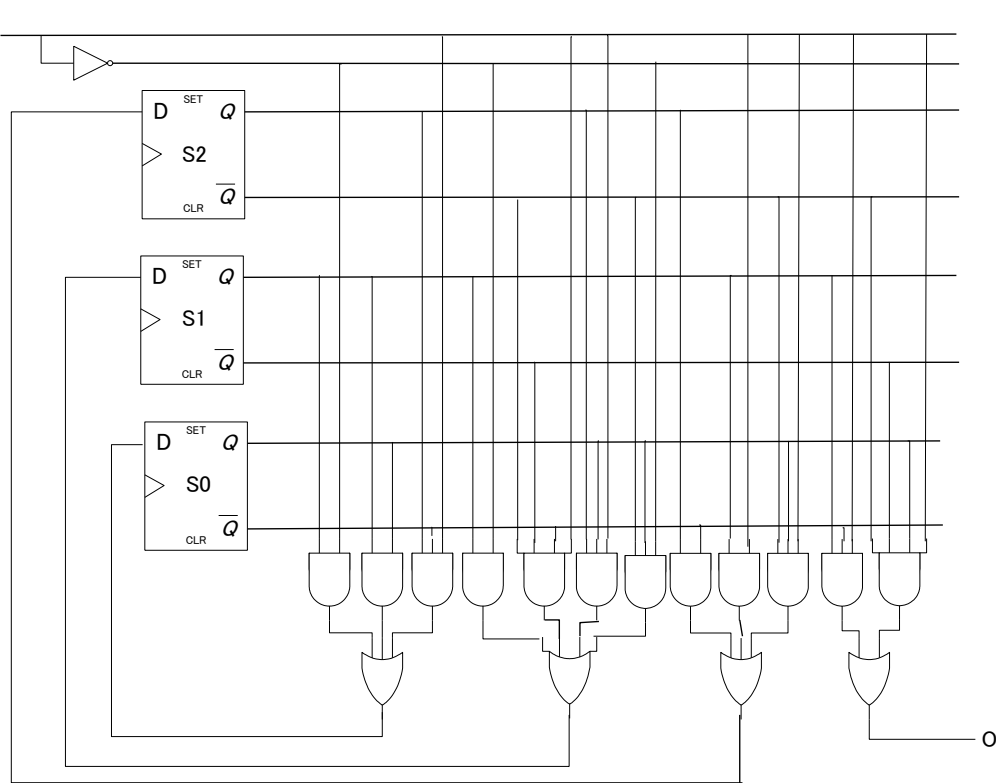
- 入力0に対して0を出力し、状態Bに遷移
- 入力1に対して0を出力し、状態Cに遷移
- ⇒ 統合可能

状態の統合(続き)

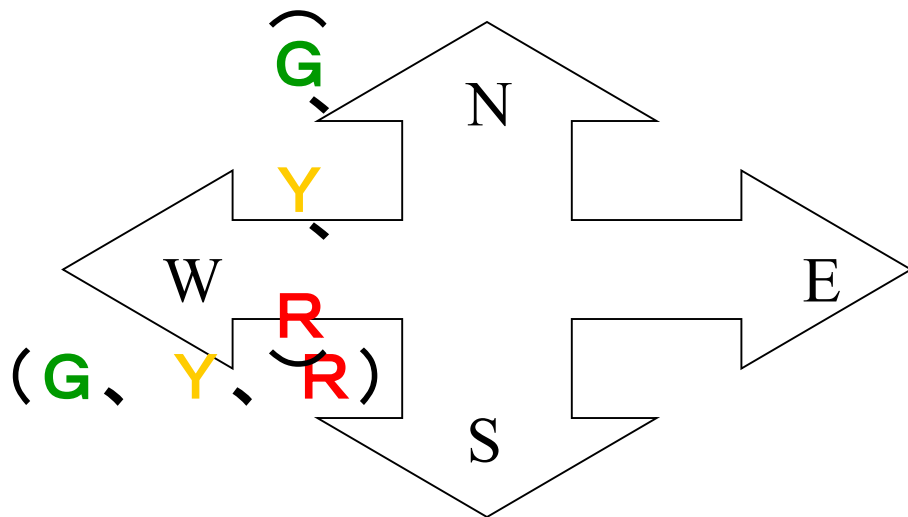


- 状態Bと状態C
 - 入力0に対して0を出力し、状態DEに遷移
 - 入力1に対して1を出力し、状態DEに遷移
 - ⇒ 統合可能

状態の統合(前と後)



7.7 順序回路の例 信号機(2)



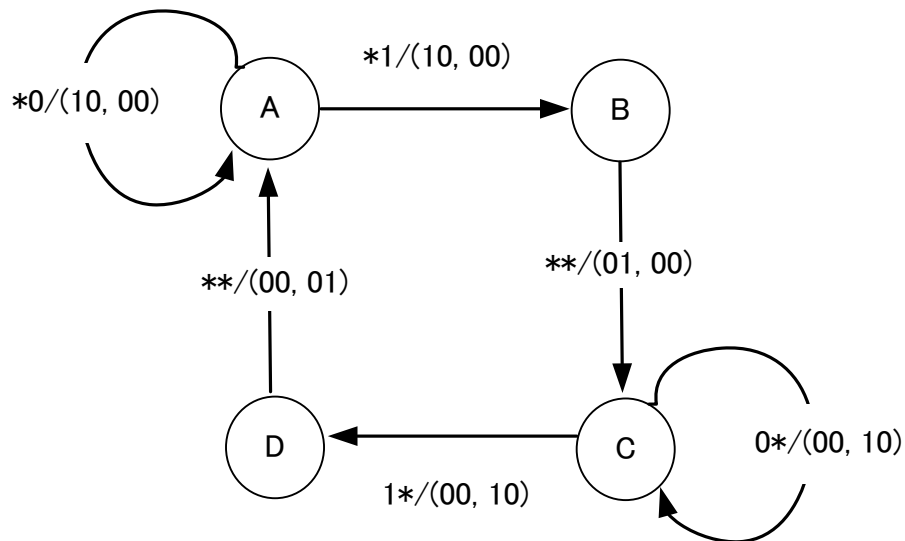
信号機の色のご合せ

東西	南北
緑	赤
黄	赤
赤	緑
赤	黄

信号機の動作

東西信号	南北信号	東西車	南北車	次の東西信号	次の南北信号
緑	赤	なし	なし	緑	赤
緑	赤	なし	あり	黄	赤
緑	赤	あり	なし	緑	赤
緑	赤	あり	あり	黄	赤
黄	赤	*	*	赤	緑
赤	緑	なし	なし	赤	緑
赤	緑	なし	あり	赤	緑
赤	緑	あり	なし	赤	黄
赤	緑	あり	あり	赤	黄
赤	黄	*	*	緑	赤

状態遷移図



ミーリーグラフ

■入力

入力E：東西に車が来ているときに1
来ていないときに0

入力N：南北に車が来ているときに1
来ていないときに0

■出力

東西の信号E1E0：緑にするときに10
黄にするときに01
赤にするときに00

南北の信号N1N0：E1E0と同様

■状態

S1S0：東西が緑であるとき00
東西が黄であるとき01
南北が緑であるとき11
南北が黄であるとき10

信号機(2)の状態遷移表、論理式

状態遷移表

S1	S0	E	N	nextS1	nextS0	E1	E0	N1	N0
0	0	*	0	0	0	1	0	0	0
0	0	*	1	0	1	1	0	0	0
0	1	*	*	1	1	0	1	0	0
1	0	*	*	0	0	0	0	0	1
1	1	0	*	1	1	0	0	1	0
1	1	1	*	1	0	0	0	1	0

$$\text{nextS1} = S0$$

$$\text{nextS0} = \overline{S1} \cdot N + S0 \cdot \overline{E} + \overline{S1} \cdot S0$$

$$E1 = \overline{S1} \cdot \overline{S0}$$

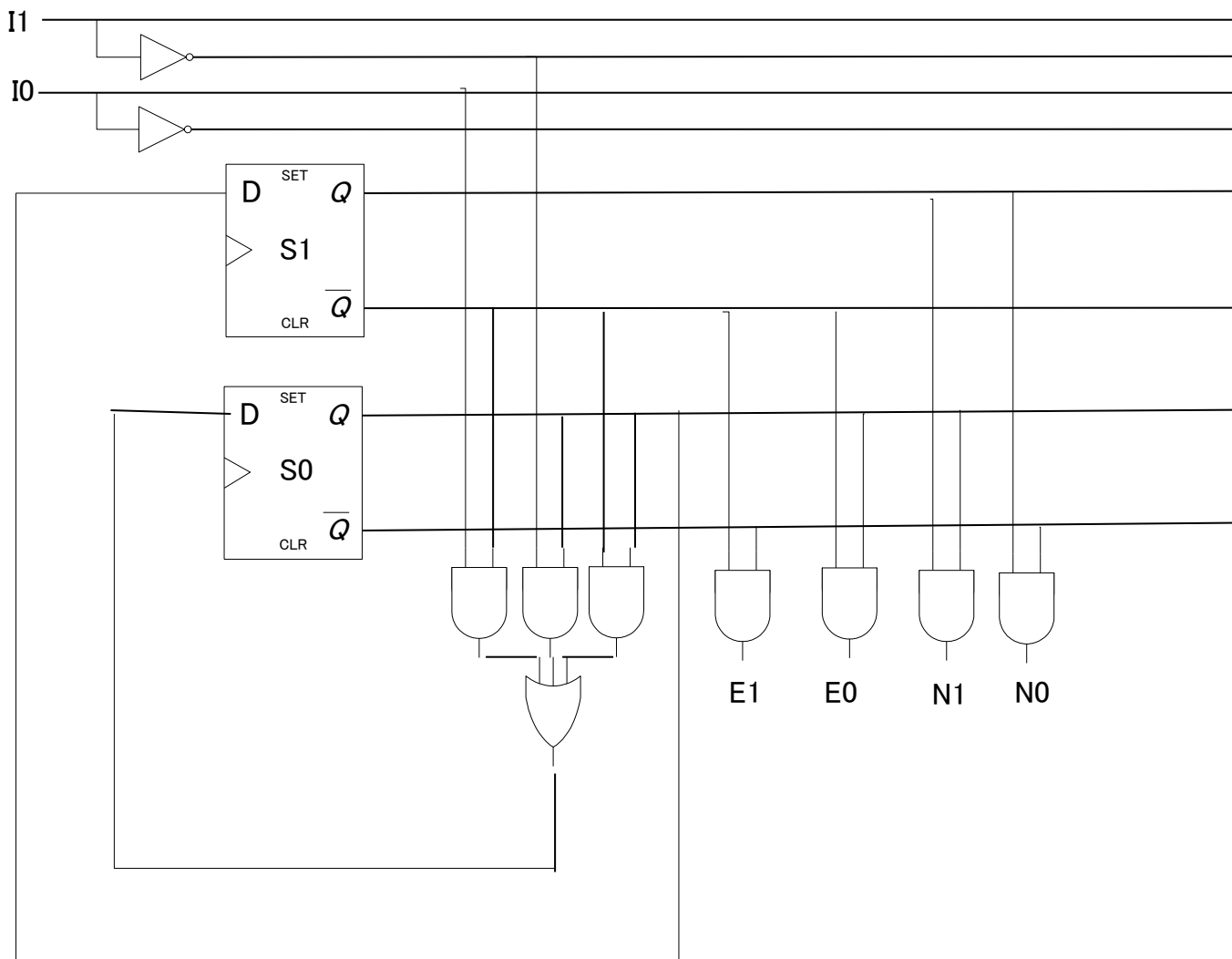
$$E0 = \overline{S1} \cdot S0$$

$$N1 = S1 \cdot S0$$

$$N0 = S1 \cdot \overline{S0}$$

(これ以上簡単化できない)

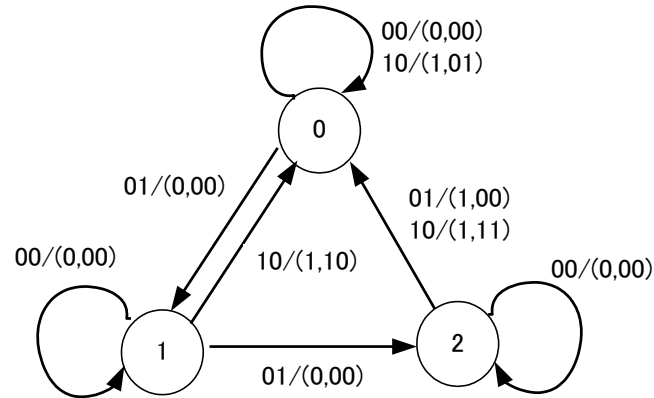
信号機(2)の回路



7.8 順序回路の例 自動販売機

- 問題：300円の入場券を販売する自動販売機を作りたい。利用者は、100円硬貨または500円硬貨を1クロックに一度だけ投入できるとし、機械は金額が300円になったところで入場券とつり銭を出力するものとする。このような自動販売機の制御を行う順序回路を設計せよ
- 符号化
 - 入力I500： 500円硬貨が投入されたとき1、そうでないとき0
 - 入力I100： 100円硬貨が投入されたとき1、そうでないとき0
 - 出力T： 入場券が出されるときに1、そうでないときに0
 - 出力C1 C0：
 - 00： 釣銭なし
 - 01： 釣銭200円
 - 10： 釣銭300円
 - 11： 釣銭400円
 - 状態S1S0：
 - 00： 投入されていない
 - 01： 100円投入された
 - 10： 200円投入された

自動販売機：ミューラーグラフと状態遷移表



状態遷移表

S1	S0	I500	I100	nextS1	nextS0	T	C1	C0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1	1

自動販売機： カルノー図

$\begin{matrix} I500 & I100 \\ S1S0 \end{matrix}$	00	01	11	10
00			*	
01		1	*	
11	*	*	*	*
10	1		*	

$$\text{nextS1} = S1 \cdot \overline{I500} \cdot \overline{I100} + S0 \cdot I100$$

$\begin{matrix} I500 & I100 \\ S1S0 \end{matrix}$	00	01	11	10
00		1	*	
01	1		*	
11	*	*	*	*
10			*	

$$\text{nextS0} = S0 \cdot \overline{I500} \cdot \overline{I100} + \overline{S1} \cdot \overline{S0} \cdot I100$$

$\begin{matrix} I500 & I100 \\ S1S0 \end{matrix}$	00	01	11	10
00			*	1
01			*	1
11	*	*	*	*
10		1	*	1

$$T = S1 \cdot I100 + I500$$

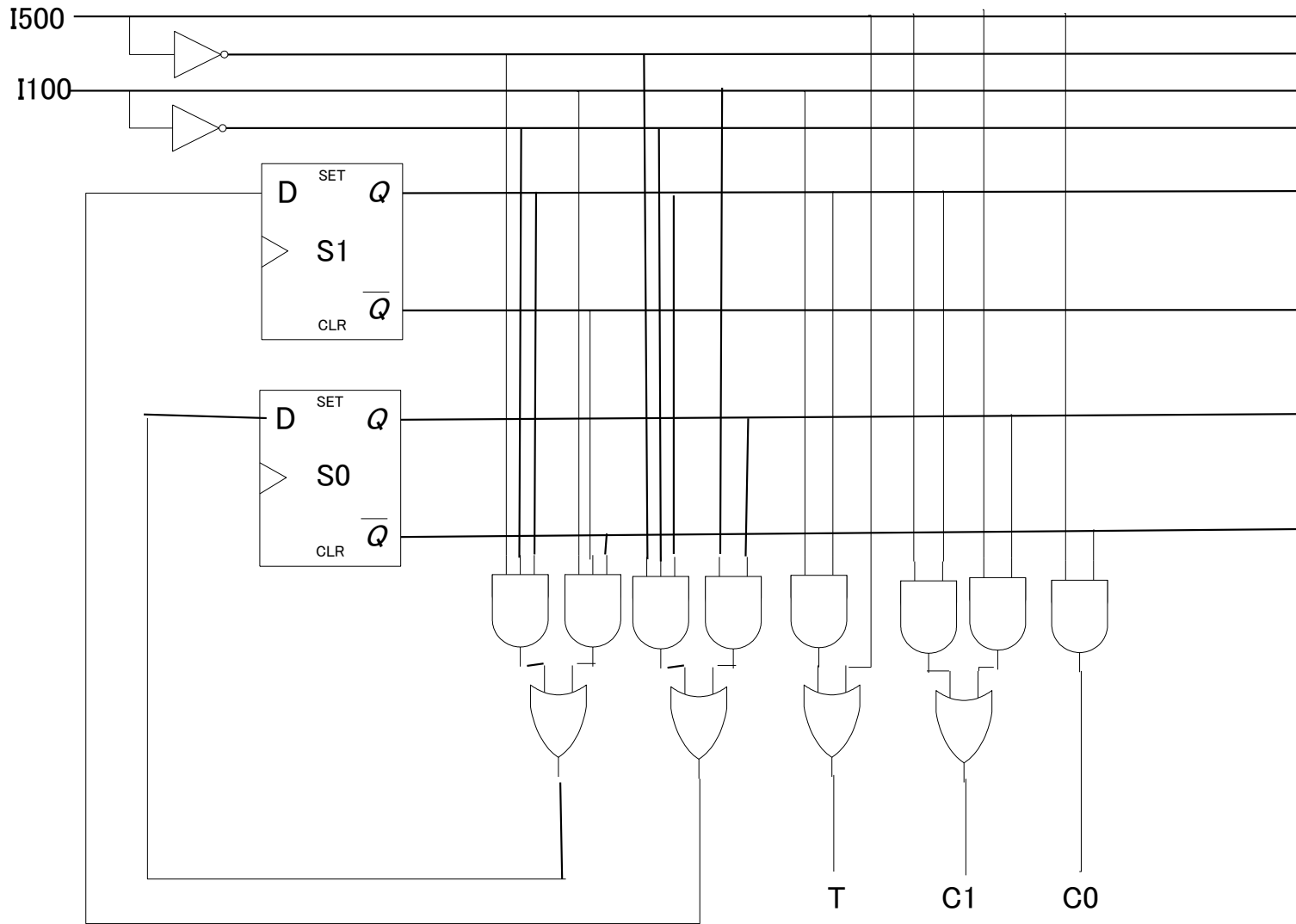
$\begin{matrix} I500 & I100 \\ S1S0 \end{matrix}$	00	01	11	10
00			*	
01			*	1
11	*	*	*	*
10			*	1

$$C1 = S1 \cdot I500 + S0 \cdot I500$$

$\begin{matrix} I500 & I100 \\ S1S0 \end{matrix}$	00	01	11	10
00			*	1
01			*	
11	*	*	*	*
10			*	1

$$C0 = \overline{S0} \cdot I500$$

自動販売機：回路図



7.9 順序回路の例 パターンマッチング

- 問題：クロックに同期して0または1が入力される1ビットの信号線がある。この信号線上でパターン1 1 0 1が現れたときにだけ、最後の1のクロックで1を出力する順序回路を作れ
- 符号化
- ミーリーグラフ
- 状態遷移表
- カルノー図
- 論理式、論理回路 (M I L 記法)

- シフトレジスタによる解法

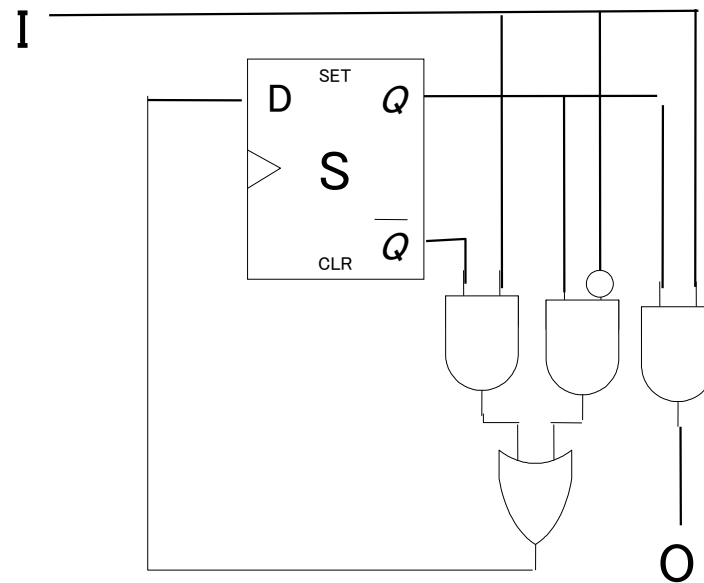
7.10 順序回路の例 数列

- 問題：2進数の1, 2, 4, 6, 7をこの順に生成する同期型論理回路を設計し、図示せよ。ただし、この回路は7を生成した次のクロックでは、1を生成するものとし、クロックが続くかぎり、1, 2, 4, 6, 7を周期5で循環的に生成し続けるものとする
 - 符号化
 - ミーリーグラフ
 - 状態遷移表
 - カルノー図
 - 論理式、論理回路 (M I L 記法)

 - カウンタによる解法

問題1

次の順序回路の動作を解析し、状態遷移表、ミーリーグラフを書け。



解答1

- (入力、状態)に対して、(出力、次状態)の関係は、次のようになる。

$$- \text{next}S = \overline{S \cdot I} + S \cdot \overline{I}$$

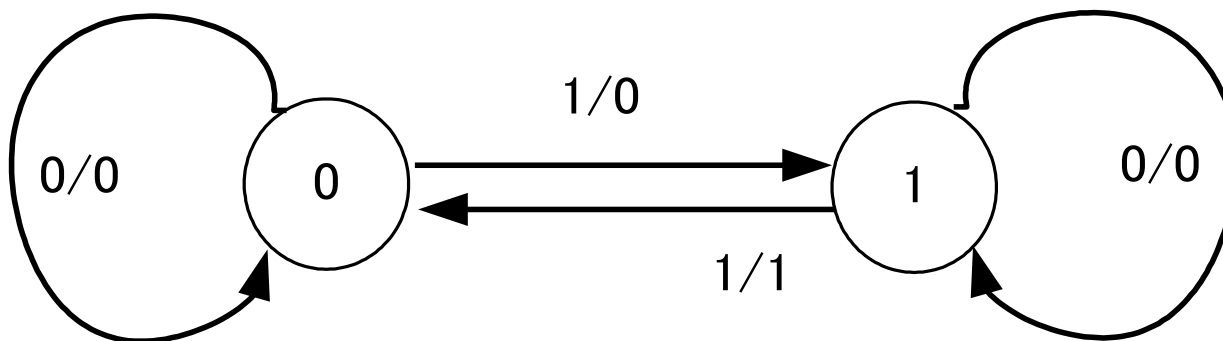
$$- O = S \cdot I$$

- 状態遷移表は次の通り

S	I	nextS	O
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

解答1 (続き)

- ミーリーグラフは以下のとおり



- これは、「初期状態から入力に2度1があらわれたときに、1を出力して初期状態に戻る回路」である。

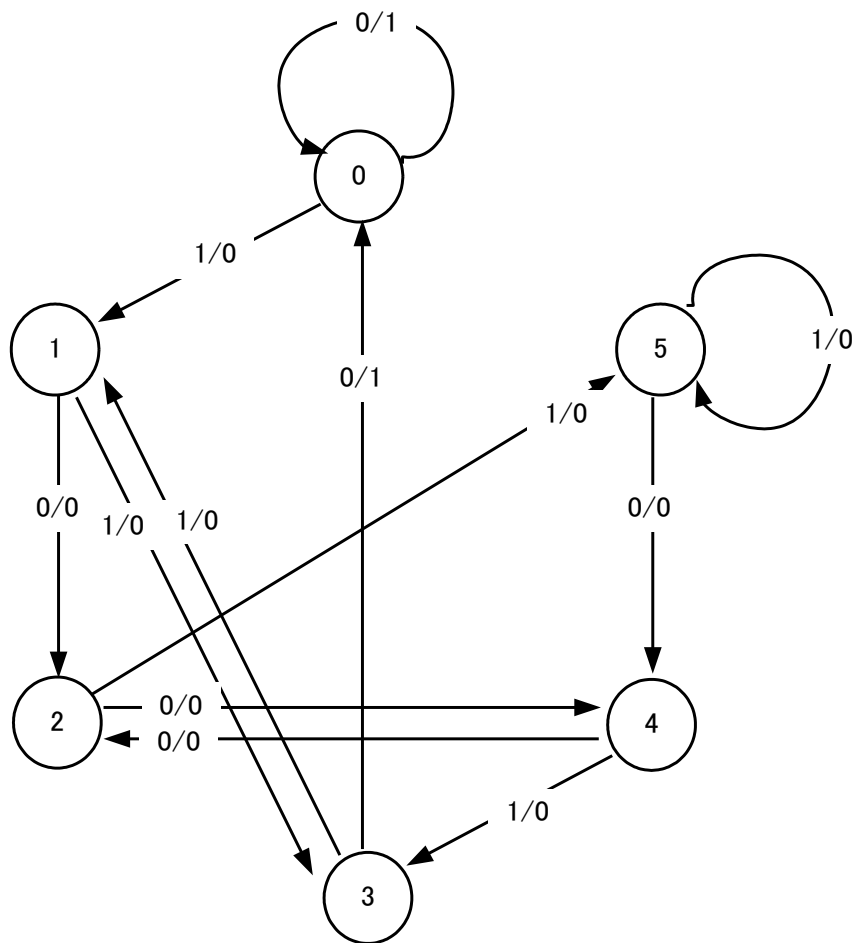
問題2

- クロックに同期して1ビットずつ入力されるデータ系列 ($X_0 X_1 X_2 X_3 \dots$) に関して、 $X(i) = \sum_{k=0}^i X_k \cdot 2^{i-k}$ (それまでの系列を2進数とみなした値) が6の倍数のときだけ1を返す (出力 $Z = 1$) 同期式順序回路を作りたい。
 - (1) この回路の状態遷移図を作成せよ
 - (2) 状態遷移図をできるだけ簡単化せよ
 - (3) 状態遷移表を作成せよ
 - (4) この論理回路を設計し、MIL記号を用いて図示せよ。そのさい、カルノー図などを使って論理を簡単化すること

解答2

(1) 状態遷移図

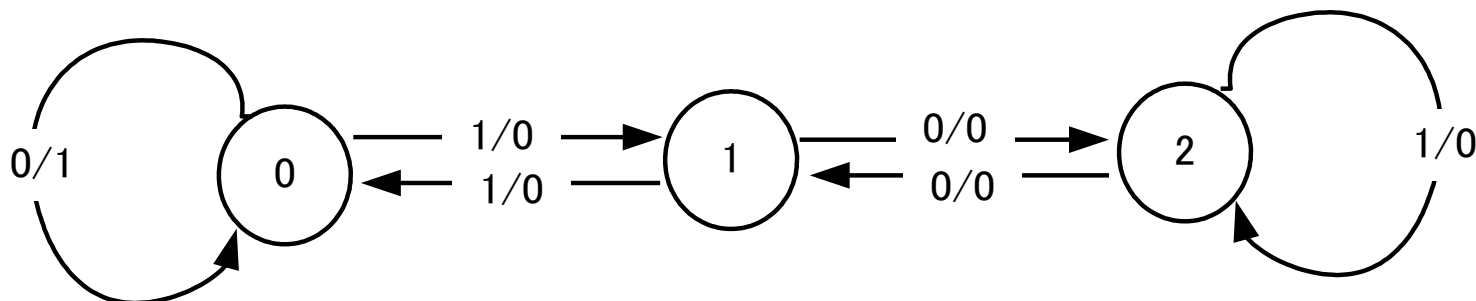
- $X(i)$ を6で割った剰余を状態とする



解答2(続き)

(2) 状態遷移図の簡単化

- 状態0と3、状態1と4、状態2と5はそれぞれ一つにできる(すべての入力に対して、出力と次の状態が同じになる)。よって、次の通り。



解答2(続き)

(3) 状態遷移表

$S1$	$S0$	I	$nextS1$	$nextS0$	O
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0

解答2(続き)

(4)カルノー図

$S_0 I$ \ S_1	00	01	11	10
0				1
1		1	X	X

$$\text{next}S_1 = S_1 \cdot I + S_0 \cdot \bar{I}$$

$S_0 I$ \ S_1	00	01	11	10
0		1		
1	1		X	X

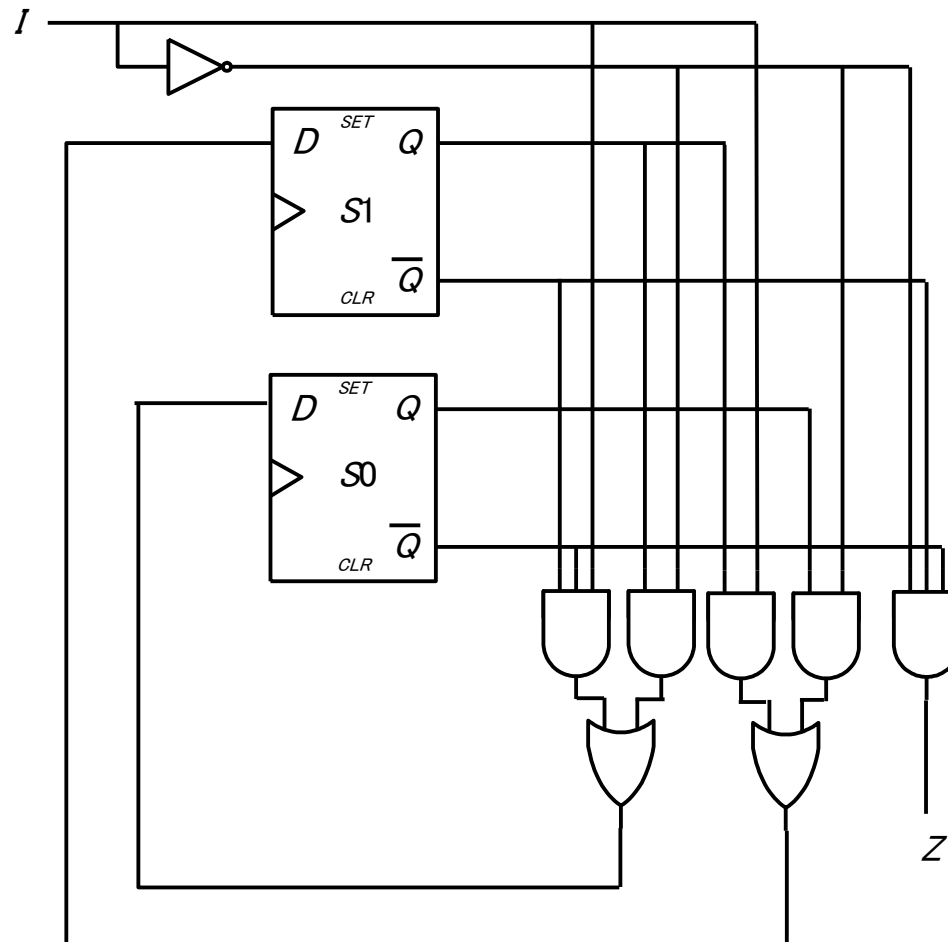
$$\text{next}S_0 = \bar{S}_1 \cdot \bar{S}_0 \cdot I + S_1 \cdot \bar{I}$$

$S_0 I$ \ S_1	00	01	11	10
0	1			
1			X	X

$$Z = \bar{S}_1 \cdot \bar{S}_0 \cdot \bar{I}$$

解答2(続き:最後)

(5) 順序回路



来週から教科書がスイッチします



今日まで



来週から